

4. Khối tròn xoay

4.1. Lý thuyết và phương pháp giải

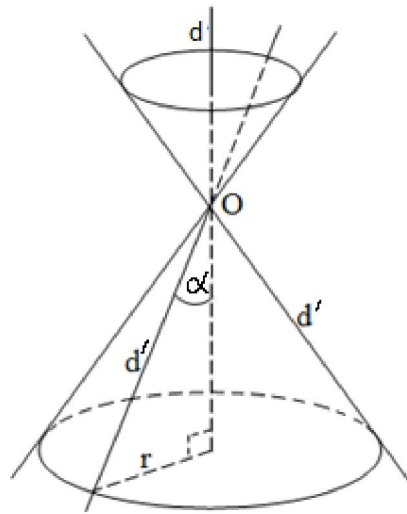
4.1.1. Khái niệm mặt tròn xoay

Trong không gian, cho mặt phẳng (P) chứa đũa thẳng Δ và đũa ξ . Khi quay mặt phẳng (P) quanh trục Δ một góc 360° thì mỗi điểm M trên đũa ξ vạch nên một đũa tròn có tâm O nằm trên trục Δ . Như vậy khi (P) quay thì đũa ξ tạo nên một hình gọi là mặt tròn xoay.

4.1.2. Định nghĩa mặt nón tròn xoay

Trong mặt phẳng (P) chứa đũa thẳng d và trục d' cắt nhau tại O và hợp với nhau một góc α , ($0 < \alpha < 90^\circ$).

Khi quay mặt phẳng (P) xung quanh trục d' thì đũa thẳng d tạo nên một mặt nón tròn xoay đỉnh O, gọi tắt là mặt nón có trục là d' và d gọi là đũa sinh và góc 2α gọi là góc ở đỉnh của mặt nón.



Hình 2.222

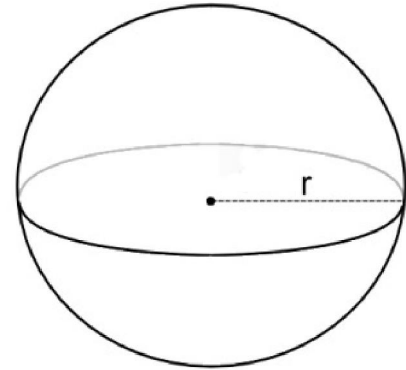
4.1.3. Diện tích xung quanh mặt nón, thể tích hình nón

$$S = \pi Rl.$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h.$$

4.1.4. Định nghĩa mặt cầu

Tập hợp các điểm M trong không gian cách điểm O cố định một khoảng bằng R không đổi được gọi là mặt cầu tâm O bán kính R . Kí hiệu: $S(O;R)$.



Hình 2.223

4.1.5. Diện tích, thể tích mặt cầu

$$S = 4\pi R^2.$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

4.1.6. Phương pháp tìm tâm mặt cầu khối đa diện

Phương pháp 1:

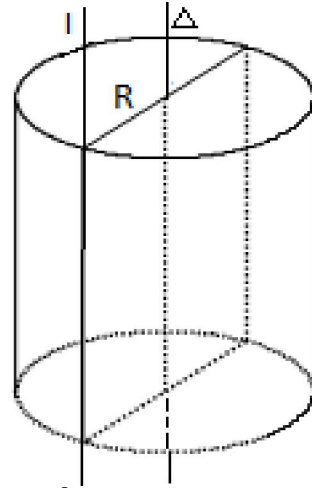
- Chọn 2 đỉnh bất kì, chứng minh các đỉnh còn lại nhìn hai đỉnh đó dưới một góc vuông.

Phương pháp 2:

- Xác định tâm tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.
- Dựng trục vuông góc đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy tại tâm.
- Dựng đường trung trực của cạnh bên.

4.1.7. Định nghĩa mặt trụ

Trong không gian cho mặt phẳng (P) chứa trục Δ và đường thẳng l song song với nhau và cách nhau một khoảng R . Khi quay mặt (P) quanh trục Δ thì đường thẳng l sinh ra một mặt trụ tròn xoay. Đường thẳng Δ gọi là trục của mặt trụ và đường thẳng l gọi là đường sinh của mặt trụ đó.



Hình 2.224

4.1.8. Diện tích xung quanh của mặt trụ, thể tích khối trụ tròn xoay

$$S_{xq} = 2\pi Rh.$$

$$V = \pi R^2 h.$$

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{day}.$$

4.2. Bài tập liên quan đến khối tròn xoay

4.2.1. Mặt nón

4.2.1.1. Mức độ nhận biết

Câu 1: Giao tuyến của mặt nón tròn xoay với một mặt phẳng song song với trục của mặt nón là:

- A. Một parabol. B. Một elip. C. Một hypebol. D. Một đường tròn.

Câu 2: Một hình nón có bán kính mặt đáy bằng 3cm, độ dài đường sinh bằng 5 cm.

Khối nón giới hạn bởi hình nón đó có thể tích bằng bao nhiêu?

- A. $3\pi\sqrt{7} \text{ cm}^2$ **B.** $12\pi \text{ cm}^2$ C. $15\pi \text{ cm}^2$ D. $2\pi\sqrt{7} \text{ cm}^2$

Câu 3: Một hình nón có diện tích mặt đáy bằng $4\pi \text{ cm}^2$, diện tích xung quanh bằng $8\pi \text{ cm}^2$. Khi đó đường cao của hình nón đó bằng bao nhiêu?

- A. 2 cm B. $2\sqrt{5} \text{ cm}$ **C.** $2\sqrt{3} \text{ cm}^2$ D. $2\pi\sqrt{3} \text{ cm}$

Câu 4: Cho tam giác OAB vuông tại O có $OA=4, OB=3$. Quay tam giác OAB quanh cạnh OA thu được một hình nón tròn xoay. Diện tích toàn phần của hình nón bằng bao nhiêu?

- A. 15π B. 12π C. $3\sqrt{7}\pi$ **D.** 24π

Câu 5: Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều với cạnh bằng 4 thì có thể tích bằng bao nhiêu?

- A.** $\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$ B. $8\sqrt{3}\pi$ C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi$ D. $4\sqrt{3}\pi$

Câu 6: Thể tích khối nón tròn xoay có đáy là đường tròn đường kính độ dài a, đường cao độ dài a, là bao nhiêu?

- A. $a^3\pi$ B. $\frac{1}{12}a^2\pi$ **C.** $\frac{1}{12}a^3\pi$ D. $12a^3\pi$

Câu 7: Trong các hình sau, vật thể nào có dạng khối nón tròn xoay?

A.

C.

B.



D.



Hình 2.225

Câu 8: Cho tam giác ABC vuông tại B có $AC = 2a$, $BC = a$, khi quay tam giác ABC

quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ABC tạo thành một hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh bằng:

A. $2\pi a^2$ B. $4\pi a^2$ C. πa^2 D. $3\pi a^2$

Câu 9: Cho hình nón đỉnh S, tâm của đáy là O, bán kính đáy là 3 đường sinh có độ dài bằng 5 chiều cao hình nón bằng bao nhiêu?

A. 3

B. 5

C. 4

D. 6

Câu 10: Cho hình nón đỉnh S, tâm của đáy là O, bán kính đáy là $5a$, có độ dài chiều cao bằng $12a$, đường sinh có độ dài bằng bao nhiêu?

- A. $5a$ B. $7a$ **C. $13a$** D. $17a$

Câu 11: Hình nón có bán kính đáy R , đường sinh l có diện tích xung quanh là:

- A. $\pi Rl + \pi R^2$ **B. πRl** C. $\frac{1}{3}h\pi R^2$ D. $\frac{1}{3}\pi Rl$

Câu 12: Hình nón có bán kính đáy bằng 3cm , đường cao bằng 6cm có thể tích là:

- A. $54\pi \text{ cm}^3$ **B. $18\pi \text{ cm}^3$** C. $27\pi \text{ cm}^3$ D. $9\pi \text{ cm}^3$

Câu 13: Hình nón có chiều cao 8cm , đường sinh bằng 10cm có thể tích là:

- A. $96\pi \text{ cm}^3$** B. $288\pi \text{ cm}^3$ C. $144\pi \text{ cm}^3$ D. $32\pi \text{ cm}^3$

Câu 14: Hình nón có chiều cao bằng 8cm , đường sinh bằng 10cm có diện tích xung quanh bằng bao nhiêu?

- A. $32\pi \text{ cm}^2$ B. $96\pi \text{ cm}^2$ C. $144\pi \text{ cm}^2$ **D. $60\pi \text{ cm}^2$**

Câu 15: Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2\text{cm}$, chiều cao $h = 4\text{cm}$. Thể tích khối nón là bao nhiêu?

- A. $\frac{16}{3}\pi \text{ cm}^3$ B. $16\pi \text{ cm}^3$ C. $\frac{32}{3}\pi \text{ cm}^3$ **D. $32\pi \text{ cm}^3$**

4.2.1.1. Mức độ thông hiểu

Câu 16: Một hình nón ngoại tiếp hình tứ diện đều với cạnh bằng 3 có diện tích xung quanh bằng bao nhiêu?

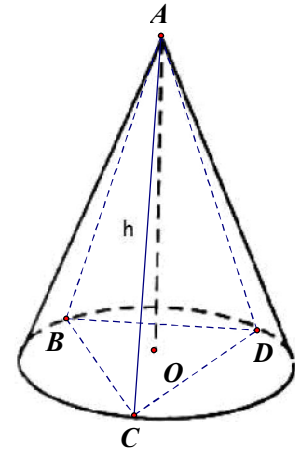
- A. $3\pi\sqrt{3}$. B. $\frac{3\pi\sqrt{3}}{2}$. C. $2\pi\sqrt{3}$. D. $\frac{9\pi\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Tứ diện đều ABCD có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3, các cạnh bên đều có độ dài bằng 3. Gọi O là tâm của đáy.

$$BO = \frac{2}{3} \sqrt{3^2 - \frac{3^2}{4}} = \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

$$S_{xp} = \pi Rl = \pi \cdot BO \cdot AB = \pi \cdot \sqrt{3} \cdot 3 = 3\sqrt{3}\pi.$$



Hình 2.226

Câu 17: Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB = a$, $AC = b$. Gọi V_1, V_2 lần lượt

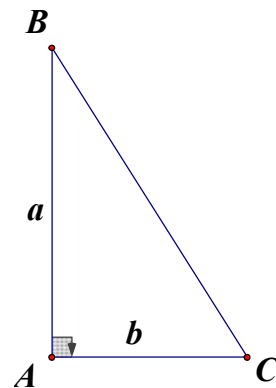
là thể tích các khối nón sinh ra khi quay tam giác ABC quanh trục AB và AC.

Khi đó, tỉ số nào sau đây đúng?

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{a}{b}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{b}{a}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{a+b}{a}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}$.

Hướng dẫn giải:

$$\begin{cases} V_1 = \frac{1}{3} \pi b^2 a \\ V_2 = \frac{1}{3} \pi a^2 b \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{b}{a}.$$



Hình 2.227

Câu 18: Tam giác ABC có $AB=3$, $AC=4$, $BC=5$. Cho tam giác ABC quay quanh

AB và AC ta được 2 hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh là S_1 và S_2 .

Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau?

A. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{3}$ B. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{5}$ C. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{5}$ D. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{4}$

Câu 19: Cho tam giác đều ABC cạnh a quay xung quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

A. πa^2 B. $2\pi a^2$ C. $\frac{1}{2}\pi a^2$ D. $\frac{3}{4}\pi a^2$

Câu 20: Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác đều cạnh $2a$. Khi đó ta các phát biểu sau đây:

Bán kính của hình nón là $2a$. **SAI**

Độ dài đường sinh của hình nón là $2a$. **ĐÚNG**

Chiều cao của hình nón là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **SAI**

Diện tích xung quanh của hình nón là $2\pi a^2$. **ĐÚNG**

Thể tích của khối nón là $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. **ĐÚNG**

Có bao nhiêu phát biểu **sai**:

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 21: Một hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy bằng 3, chiều cao bằng 4. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón đã cho là bao nhiêu?

A. 12π B. Kết quả khác C. 24π D. 20π

Câu 22: Tính diện tích xung quanh của một hình nón, biết thiết diện qua trục của nó là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a.

- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$ **B.** $\pi a^2 \sqrt{2}$ C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$

Câu 23: Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác đều cạnh 2a. Diện tích xung quanh là bao nhiêu?

- A. πa **B.** πa^2 C. $\frac{1}{3} \pi a^2$ D. $\frac{1}{3} \pi a$

4.2.1.1. Mức độ vận dụng thấp

Câu 24: Thể tích hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh 2a bằng:

- A. $\frac{8\pi a^3}{9}$ B. $\frac{4\sqrt{2}\pi a^3}{9}$ C. $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{9}$ **D.** $\frac{8\sqrt{6}\pi a^3}{27}$

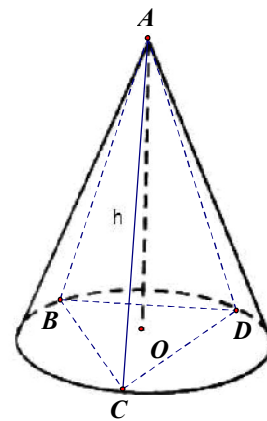
Hướng dẫn giải:

Tứ diện đều ABCD có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3, các cạnh bên đều có độ dài bằng 3. Gọi O là tâm của đáy.

$$BO = \frac{2}{3} \sqrt{4a^2 - a^2} = \frac{2}{3} \cdot a \sqrt{3} = 2a \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$SO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3} a.$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot BO^2 \cdot SO = \frac{8a^3 \sqrt{6}}{27}.$$



Hình 2.228

Câu 25: Một hình nón có độ dài đường sinh bằng a , diện tích xung quanh là πa^2 .

Khi đó thể tích mặt cầu nội tiếp bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{\pi a^3}{3}$ **B.** $\frac{\pi a\sqrt{3}}{54}$ C. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{54}$ D. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{54}$

Câu 26: Cho hình chóp tứ giác đều cạnh đáy bằng a , cạnh bên tạo với đáy góc 60° .

Diện tích toàn phần của hình nón ngoại tiếp hình chóp là bao nhiêu?

- A.** $\frac{3\pi a^2}{2}$ B. $\frac{3\pi a^2}{4}$ C. $\frac{3\pi a^2}{8}$ D. $\frac{3\pi a^2}{10}$

Câu 27: Biết thể tích hình chóp tam giác đều nội tiếp trong hình nón là V . Khi đó

thể tích của hình nón bằng bao nhiêu?

- A.** $\frac{4\pi V}{3\sqrt{3}}$ B. $\frac{4\pi V}{3}$ C. $\frac{4\pi V}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{\pi V}{3\sqrt{3}}$

Câu 28: Một hình cầu nội tiếp trong một hình nón biết thể tích của nó bằng 2 lần

thể tích của hình cầu. Tỷ số giữa diện tích toàn phần của hình nón và diện

tiếp của mặt cầu bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ **C.** 2 D. 3

Câu 29: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao $h = 2$ và $\widehat{ASB} = 60^\circ$. Khi

đó diện tích xung quanh của hình nón ngoại tiếp hình chóp bằng bao nhiêu?

- A. π B. 2π C. $2\sqrt{2}\pi$ **D.** $4\sqrt{2}\pi$

4.2.1.1. Mức độ vận dụng cao

Câu 30: Một hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và diện tích mặt đáy bằng 9π . Thể tích của hình nón đó bằng bao nhiêu?

- A. $2\sqrt{3}\pi$ **B.** $3\sqrt{3}\pi$ C. $9\sqrt{3}\pi$ D. 3π

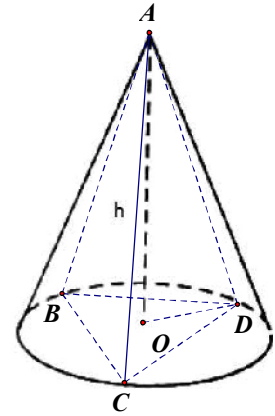
Hướng dẫn giải:

Vì góc ở đỉnh của hình nón là 120° nên ta có:

$\widehat{OAD} = 60^\circ$. Khi đó:

$$h = OD \cdot \tan 60^\circ = R \cdot \cot 60^\circ = \sqrt{\frac{S_{xp}}{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}.$$

$$V = \frac{1}{3} S_{day} \cdot h = \frac{1}{3} 9\pi \cdot \sqrt{3} = 3\pi\sqrt{3}.$$



Hình 2.229

Câu 31: Cho hình nón tròn xoay có đường cao bằng 2m, bán kính đáy 2,5m. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón và có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 1,2m. Khi đó diện tích thiết diện là bao nhiêu?

- A. 500 cm^2 . B. 5000 cm^2 . C. 5 cm^2 . **D.** 50000 cm^2 .

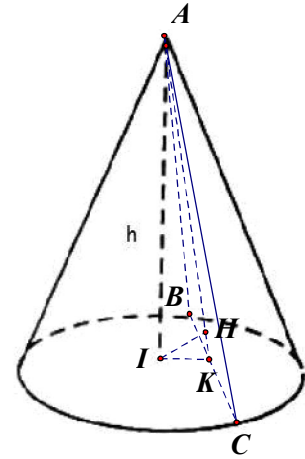
Hướng dẫn giải:

Từ tâm I của mặt đáy hạ $IK \perp BC$ ta dễ dàng có được $(AIK) \perp (ABC)$. Hạ $IH \perp AK$ thì IH chính là khoảng cách từ I đến thiết diện ABC.

$$\frac{1}{IK^2} = \frac{1}{IH^2} - \frac{1}{IA^2} \Rightarrow IK = 1,5 \text{ (m)}.$$

$$BK = \sqrt{IB^2 - IK^2} = \sqrt{2,5^2 - 1,5^2} = 2 \text{ (m)}.$$

$$S_{ABC} = BK \cdot AK = 2\sqrt{AI^2 + IK^2} = 2,2,5 = 5 \text{ (m}^2\text{)}.$$



Hình 2.230

Câu 32: Cho hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến đường sinh bằng $\sqrt{3}$ và thiết diện qua trục là một tam giác đều. Thể tích của khối nón tạo nên bởi hình nón là:

A. $\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$

B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$

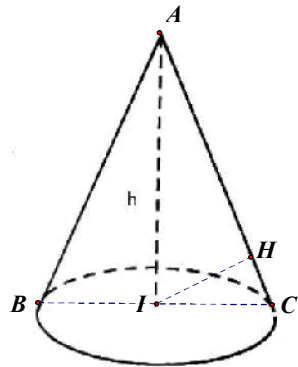
D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Hướng dẫn giải:

$$IH = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{IA^2} + \frac{1}{IC^2} = \frac{1}{IH^2} = \frac{1}{3}.$$

Lại có $IA = IC\sqrt{3}$ nên $IC = 2, IA = 2\sqrt{3}$.

$$V = \frac{1}{3}\pi IC^2 \cdot IA = \frac{8\sqrt{3}}{3}\pi.$$



Hình 2.231

4.2.2. Mặt trụ

4.2.2.1. Mức độ nhận biết

Câu 33: Một hình trụ có bán kính mặt đáy bằng 5cm, thiết diện qua trục của hình

trụ có diện tích bằng 20cm^2 . Khi đó diện tích xung quanh của hình trụ bằng bao nhiêu?

- A. $20\pi\text{cm}^2$ B. $30\pi\text{cm}^2$ C. $45\pi\text{cm}^2$ D. $15\pi\text{cm}^2$

Câu 34: Một hình trụ có bán kính bằng 3 và đường cao bằng 4 có diện tích xung

quanh bằng bao nhiêu?

- A. 24π B. 15π C. 12π D. 7π

Câu 34: Diện tích xung quanh của hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp hình

vuông có cạnh bằng 4 và đường sinh $l = 8$ là:

- A. 32π B. $32\sqrt{2}\pi$ C. $32\sqrt{2}$ D. $16\sqrt{2}$

Câu 35: Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 1, BC = 2$. Thể tích hình trụ tròn xoay

khi quay hình chữ nhật đó xung quanh trục AD là:

- A. 2 B. 2π C. 4π D. 8π

Câu 36: Một hình trụ có đường kính đáy là 10cm, khoảng cách 2 đáy bằng 7cm.

Khi đó diện tích xung quanh là bao nhiêu?

- A. 35π B. 70π C. 105π D. 140π

Câu 37: Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Khi đó

thể tích khối trụ là:

- A. $8\pi a^3$ B. $4\pi a^3$ C. $2\pi a^3$ D. πa^3

Câu 38: Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng 2.

Trên đường tròn đáy tâm O lấy hai điểm A sao cho $AO' = 4$. Chiều cao hình trụ là bao nhiêu?

- A. 3 B. $2\sqrt{5}$ C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

Câu 39: Hình trụ có bán kính đáy R, chiều cao h có thể tích là:

- A. $\pi R^2 h$ B. $\pi R h$ C. $\frac{1}{3}\pi R^2 h$ D. $\frac{1}{6}\pi R^2 h$

Câu 40: Hình trụ có bán kính đáy R, đường cao h có diện tích xung quanh là:

- A. $2\pi R^2 h$ B. $\pi R h$ C. $2\pi R h$ D. $\frac{1}{6}\pi R^2 h$

Câu 41: Hình trụ có bán kính đáy bằng 5cm, đường cao bằng 7cm có thể tích là:

- A. $175\pi \text{ m}^3$ B. $35\pi \text{ m}^3$ C. $175\pi \text{ cm}^3$ D. $35\pi \text{ cm}^3$

Câu 42: Thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình vuông cạnh bằng 4cm.

Diện tích toàn phần của hình trụ là:

- A. $16\pi \text{ cm}^3$ B. $24\pi \text{ cm}^3$ C. $32\pi \text{ cm}^3$ D. $48\pi \text{ cm}^3$

Câu 43: Cho một hình trụ (H) có trục Δ . Một mặt phẳng (P) song song với trục Δ ,

và cách trục Δ một khoảng k. Nếu $k > r$ thì kết luận nào sau đây là đúng:

- A. $M_p(P)$ tiếp xúc với mặt trụ theo một đường sinh.
B. $M_p(P)$ cắt mặt trụ theo hai đường sinh.

C. $M_p(P)$ cắt mặt trụ theo một đường sinh.

D. $M_p(P)$ không cắt mặt trụ.

Câu 44: Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy bằng R , độ dài đường cao bằng h .

Diện tích toàn phần của hình trụ là:

A. $2\pi R(h + R)$

B. $2\pi Rh$

C. $4\pi R^2$

D. $\pi R(2h + R)$

Câu 45: Nhận xét nào dưới đây sai?

A. Đỉnh của khối nón không là điểm trong và không là điểm ngoài của khối nón.

B. Hình trụ tròn xoay sinh ra bởi ba cạnh của hình vuông khi quay quanh đường thẳng chứa cạnh thứ tư.

C. Hình trụ nội tiếp hình lập phương có chiều cao hình trụ bằng đường kính của đường tròn đáy của hình trụ đó.

D. Tất cả đều sai.

4.2.2.2. Mức độ thông hiểu

Câu 46: Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục thì thiết diện là hình gì?

A. Hình chữ nhật.

B. Hình tam giác.

C. Hình tròn.

D. Hình elip.

Câu 47: Trong không gian, khi quay một hình chữ nhật kể cả các điểm trong của hình chữ nhật đó quanh một đường thẳng chứa một cạnh của hình chữ nhật đó, sẽ tạo thành:

A. Hình trụ.

B. Khối trụ.

C. Hình nón.

D. Khối nón.

Câu 48: Một hình trụ có O, O' lần lượt là tâm hai hình tròn đáy. Hình vuông ABCD nội tiếp trong đường tròn tâm O . Dụng các đường sinh AA', BB' . Tứ giác $A'B'CD$ là:

- A. Hình chữ nhật B. Hình thoi C. Hình vuông D. Hình bình hành

Câu 49: Một hình trụ có bán kính bằng 5cm và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7 cm. Khi đó ta các phát biểu sau đây:

Hình trụ có độ dài đường sinh là 7 cm. **ĐÚNG**

Đường kính của hình trụ là 10 cm. **ĐÚNG**

Diện tích xung quanh của hình trụ là 70π (cm²). **ĐÚNG**

Thể tích của khối trụ là 175π (cm³). **ĐÚNG**

Diện tích của mặt đáy là 50π (cm²). **SAI**

Có bao nhiêu phát biểu đúng:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 50: Một hình trụ có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh, thể tích của khối trụ tương ứng bằng 16π . Khi đó bán kính mặt đáy của hình trụ bằng bao nhiêu?

- A. $r = 2\sqrt{2}$ B. $r = 4$ C. $r = 2\sqrt[3]{2}$ D. $r = 2$

Câu 51: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông ABCD và A'B'C'D'. Diện tích S là:

A. πa^2 **B.** $\pi a^2 \sqrt{2}$ C. $\pi a^2 \sqrt{3}$ **D.** $\pi a^2 \frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 52: Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay khi quay hình vuông ABCD cạnh a quanh trục IH với I, H lần lượt là trung điểm của AB, CD là bao nhiêu?

A. $2\pi a^2$ B. $4\pi a^2$ **C.** πa^2 D. $\frac{\pi a^2}{2}$

Câu 53: Một hình trụ có bán kính đáy là R , thiết diện qua trục là hình vuông. Thể tích của hình lăng trụ tứ giác đều nội tiếp trong hình trụ đã cho là:

A. $2R^3$ B. $\sqrt{2}R^3$ **C.** $4R^3$ D. $4R^3 \sqrt{2}$

4.2.2.3. Mức độ vận dụng thấp

Câu 54: Một hình trụ có diện tích xung quanh là S . Khi đó diện tích của thiết diện qua trục bằng:

A. $\frac{S}{\pi}$ B. $\frac{S}{2}$ C. $\frac{2S}{\pi}$ D. $\frac{S}{2\pi}$

Câu 55: Cho khối trụ có thể tích bằng 24. Nếu tăng bán kính đường tròn đáy lên 2 lần thì thể tích khối trụ mới là:

A. 96π B. 48π C. 32π D. 192π

Câu 56: Mặt phẳng đi qua trục của một hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh $4R$. Diện tích toàn phần của hình trụ là bao nhiêu?

A. $24\pi R^2$ B. $20\pi R^2$ C. $16\pi R^2$ D. $4\pi R^2$

4.2.2.3. Mức độ vận dụng cao

Câu 57: Nhân dịp 20/11, bạn Dương quyết định mua 1 hộp phấn Pháp tặng thầy

Nam. Hộp phấn là 1 khối hình hộp chữ nhật đựng phấn theo chiều dọc vừa

khít được xếp ngay hàng thẳng lối không viên nào xen kẽ cả, có số đo dài

rộng cao là 0.5m, 20cm, 5cm. Biết thể tích của 1 viên phấn là $\frac{25}{8}\pi(\text{cm}^2)$.

Hỏi có bao nhiêu phấn trong hộp (làm tròn đến đơn vị).

- A. 200 B. 250 C. 509 D. 510

Câu 58: Cho mặt cầu (C) có bán kính gấp 2 lần bán kính của mặt trụ (T), đường cao

của mặt trụ (T) gấp 4 lần bán kính của mặt cầu (C). Khi đó diện tích S_1 của

mặt cầu (C) và diện tích xung quanh S_2 của mặt trụ (T). Khẳng định nào sau

đây là khẳng định đúng?

- A. $S_1 < S_2$ B. $S_1 = S_2$ C. $S_1 > S_2$ D. $S_1 \leq S_2$

Câu 59: Một mặt cầu có bán kính $r = 3$, và bằng bán kính của hình trụ có đường cao

$h = 4$. Khi đó V_1 là thể tích khối cầu, V_2 là thể tích khối trụ thì:

- A. $V_1 < V_2$ B. $V_1 > V_2$ C. $V_1 = V_2$ D. $V_1 = 2V_2$

4.2.3. Mặt cầu

4.2.3.1. Mức độ nhận biết

Câu 60: Nhận xét nào sau đây là đúng?

- A. Có vô số mặt phẳng cắt mặt cầu theo những đường tròn bằng nhau.

- B. Mọi mặt cầu luôn có 2 đường tròn lớn.
 C. Mọi hình chóp luôn nội tiếp trong mặt cầu.
 D. Từ một điểm nằm trên mặt cầu luôn vẽ được duy nhất một tiếp tuyến.

Câu 61: Số mặt cầu chứa một đường tròn cho trước là:

- A. 0 B. 1 C. 2 **D.** Vô số

Câu 62: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khi đó tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là điểm nào?

- A. S B. Tâm ABCD.
 C. A **D.** Trung điểm của SC.

Câu 63: Trong các khối sau đây, khối nào có thể tích lớn nhất?

- A.** Khối cầu có đường kính bằng 1
 B. Khối nón có chiều cao và đường kính mặt đáy đều bằng 1
 C. Khối trụ có chiều cao và đường kính mặt đáy đều bằng 1
 D. Khối tứ diện đều có độ dài các cạnh bằng 1

Câu 64: Diện tích mặt cầu bằng 100 cm^2 , khi đó bán kính mặt cầu bằng:

- A. $\frac{5}{\pi}$ B. $\frac{\pi}{5}$ C. $\frac{\pi\sqrt{5}}{5}$ **D.** $\frac{5\sqrt{\pi}}{\pi}$

Câu 65: Mặt cầu có bán kính bằng 10cm, khi đó diện tích mặt cầu bằng:

- A.** $400\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ B. $100\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ C. $\frac{400\pi}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$ **D.** $\frac{100\pi}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$

Câu 66: Mặt cầu đi qua các đỉnh của hình lập phương cạnh a có bán kính bằng:

A. $a\sqrt{3}$

B. a

C. $a\sqrt{2}$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

4.2.3.2. Mức độ thông hiểu**Câu 67:** Một khối cầu có thể tích là 288π m³. Diện tích của mặt cầu là

A. 36π (m²)

B. 288π (m²)

C. 72π (m²)

D. 144π (m²)

Câu 68: Gọi R bán kính, S là diện tích xung quanh và V là thể tích của khối cầu.

Công thức nào sau sai?

A. $S = \pi R^2$

B. $S = 4\pi R^2$

C. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

D. $3V = S.R$

Câu 69: Trong không gian cho tam giác ABC có bao nhiêu mặt cầu tiếp xúc với 3 cạnh của tam giác?

A. 1 mặt.

B. 2 mặt.

C. 3 mặt.

D. Vô số mặt.**Câu 70:** Trong không gian cho 2 điểm phân biệt A và B . Tập hợp tâm các mặt cầu đi qua A và B là một:**A.** Mặt phẳng

B. Đường thẳng

C. Đường tròn

D. Mặt cầu**Câu 71:** Trong không gian cho 3 điểm phân biệt A, B, C không thẳng hàng. Tập hợp tâm của mặt cầu đi qua 3 điểm A, B, C là một:

A. Mặt phẳng

B. Đường thẳng

C. Đường tròn

D. Mặt cầu**Câu 72:** Cho mặt cầu (S) tâm O bán kính r và điểm A nằm ngoài mặt cầu.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $OA > r$ B. $OA < r$ C. $OA = r$ D. $OA = 2r$

4.2.3.3. Mức độ vận dụng thấp

Câu 73: Cho mặt cầu $S(O;R)$ và mặt phẳng (P) . Biết khoảng cách từ O đến (P) bằng

$\frac{R}{2}$. Khi đó thiết diện tạo bởi $mp(P)$ với $S(O;R)$ là một hình tròn có đường kính là bao nhiêu?

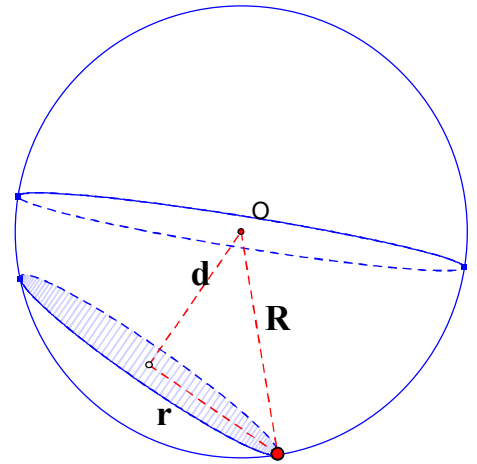
- A. R B. $R\sqrt{2}$ C. $R\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D. $R\sqrt{3}$**

Hướng dẫn giải:

Áp dụng định lý Pi-ta-go: $R^2 = d^2 + r^2$

$$r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{R^2 - \frac{R^2}{4}} = R\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Đường kính $R\sqrt{3}$



Hình 2.232

Câu 74: Cho mặt cầu $S(O;R)$ và mặt phẳng (P) . Biết khoảng cách từ O đến (P) bằng

$\frac{R\sqrt{2}}{2}$. Khi đó thiết diện tạo bởi $mp(P)$ với $S(O;R)$ là một hình tròn có đường

kính là bao nhiêu?

- A. R **B. $R\sqrt{2}$** C. $R\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $R\sqrt{3}$

Câu 75: Cho mặt cầu $S(O;R)$ và mặt phẳng (P) . Biết khoảng cách từ O đến (P) bằng

$$\frac{R\sqrt{3}}{2}. \text{ Khi đó thiết diện tạo bởi } mp(P) \text{ với } S(O;R) \text{ là một hình tròn có đường}$$

kính là bao nhiêu?

- A. R B. $R\sqrt{2}$ C. $R\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $R\sqrt{3}$

Câu 76: Cho mặt cầu $S(O;R)$ và mặt phẳng (P) . Biết khoảng cách từ O đến (P) bằng

$$\frac{R\sqrt{13}}{4}. \text{ Khi đó thiết diện tạo bởi } mp(P) \text{ với } S(O;R) \text{ là một hình tròn có}$$

đường kính là bao nhiêu?

- A. R B. $R\sqrt{2}$ C. $R\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $R\sqrt{3}$

Câu 77: Thể tích hình cầu nội tiếp hình lập phương có cạnh là a là bao nhiêu?

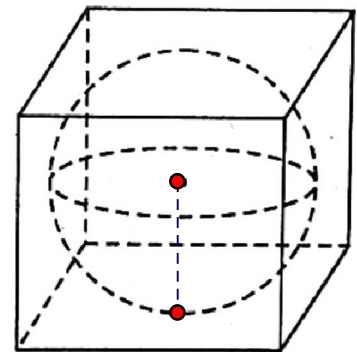
- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\pi a^3}{3}$ D. $\frac{\pi a^3}{6}$

Hướng dẫn giải:

Để dàng nhận ra bán kính của mặt cầu

nội tiếp hình lập phương là $\frac{a}{2}$.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3}{6}$$



Hình 2.233

Câu 78: Biết được sở thích uống rượu của thầy Nam nên bạn Dương thiết kế 1 bầu rượu hồ lô để tặng thầy như trong hình vẽ. Biết để làm được bầu rượu như vậy, bạn Dương đã phải sử dụng 2 khối cầu có bán kính lần lượt là 13cm, 15cm. Chu vi của đường tròn khi khoét lỗ của khối cầu nhỏ là 75,398cm. Tính chiều cao của bầu rượu bạn Dương tặng thầy.

- A. $\sqrt{13^2 + 15^2}$ B. $\sqrt{15^2 - 13^2}$ **C. 14** D. 28

4.2.3.4. Mức độ vận dụng cao

Câu 79: Cho hình chóp S.ABC có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Biết SA = SB = SC = a. Tính bán kính mặt cầu nội tiếp hình chóp?

- A. $\frac{a(3-\sqrt{3})}{2}$. B. $\frac{a(3-\sqrt{3})}{3}$. C. $\frac{a(3-\sqrt{3})}{4}$. **D. $\frac{a(3-\sqrt{3})}{6}$.**

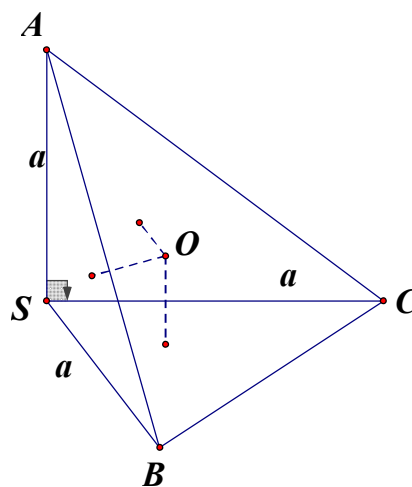
Hướng dẫn giải:

$$\Delta SAC = \Delta SAB = \Delta SBC \text{ (c-g-n)}$$

$$AC = AB = BC = a\sqrt{2}.$$

$$S_{\text{tpS.ABC}} = \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} + (a\sqrt{2})^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3 + \sqrt{3}}{2} a^2.$$



Hình 2.234

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot \frac{SB \cdot SC}{2} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{1}{6} a^3$$

$$V_{S.ABC} = V_{O.ABC} + V_{O.SBC} + V_{O.SCA} + V_{O.SAB}$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} r (S_{O.ABC} + S_{O.SBC} + S_{O.SCA} + S_{O.SAB}) = \frac{1}{3} r \cdot S_{\text{tpS.ABC}} \Rightarrow r = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\text{tpS.ABC}}}$$

$$r = \frac{3 \cdot \frac{1}{6} a^3}{\left(\frac{3+\sqrt{3}}{2}\right) a^2} = \frac{a(3-\sqrt{3})}{6}$$

Câu 80: Cho hình chóp S.ABC có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Biết

SA = SB = SC = a. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp?

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

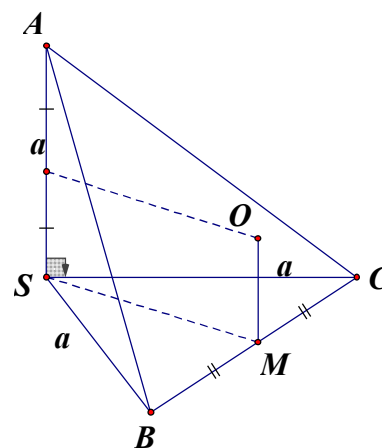
B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Dựng M là trung điểm của cạnh huyền BC trong ΔSBC vuông tại S. M là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔSBC . Từ M dựng trục vuông góc của mặt đáy SBC cắt đường trung trục của SA tại O. O chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện.



Hình 2.235

Dễ dàng chứng minh được

$$OM = \frac{a}{2}, OB = \frac{a\sqrt{2}}{2} = R.$$

Câu 81: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh bên bằng cạnh đáy bằng a.

Khi đó mặt cầu **nội tiếp** hình chóp có bán kính là bao nhiêu?

- A. $\frac{a(\sqrt{3}-3)}{-2}$ B. $\frac{a(3-\sqrt{3})}{3}$ C. $\frac{a(\sqrt{3}-3)}{-4}$ D. $\frac{a(3-\sqrt{3})}{6}$

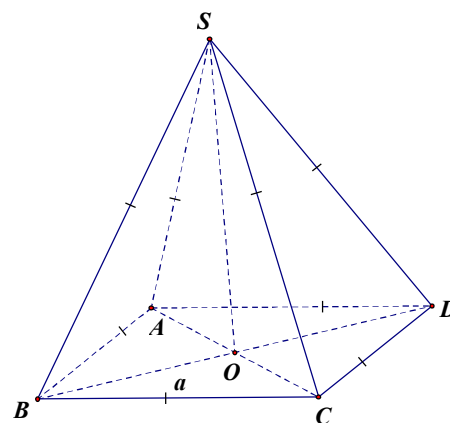
Hướng dẫn giải:

Gọi O là giao điểm của hai đường chéo trong hình vuông ABCD.

Dễ dàng có $SO \perp (ABCD)$.

$$SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a \cdot a^2 = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3.$$



Hình 2.236

Tứ giác ABCD là hình vuông và các mặt bên là các tam giác đều nên ta có:

$$S_{\text{tp.S.ABCD}} = a^2 + 4 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = a^2(1 + \sqrt{3}).$$

$$r = \frac{3V_{S.ABCD}}{S_{\text{tp.S.ABCD}}} = \frac{3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{6}a^3}{a^2(1 + \sqrt{3})} = \frac{(3 - \sqrt{3})}{4}a.$$

Câu 82: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh bên bằng cạnh đáy bằng a.

Khi đó mặt cầu **ngoại tiếp** hình chóp có bán kính là bao nhiêu?

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Hướng dẫn giải:

Gọi O là giao điểm của hai đường chéo trong hình vuông ABCD.

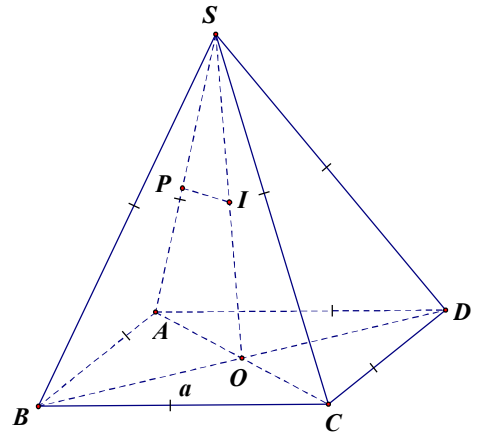
Để dàng có $SO \perp (ABCD)$.

$$SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a.$$

Kẻ đường trung trực của SA cắt SO tại I và SA tại P. Tâm mặt cầu ngoại tiếp chính là điểm I.

$$\Delta SPI \sim \Delta SOA \Rightarrow SI \cdot SO = SP \cdot SA$$

$$R = SI = \frac{SP \cdot SA}{SO} = \frac{\frac{a^2}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}a} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$



Hình 2.237

Câu 83: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a và cạnh bên

$SA = a\sqrt{6}$ vuông góc với mặt đáy. Thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là?

A. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{16a^3\sqrt{2}}{3}$.

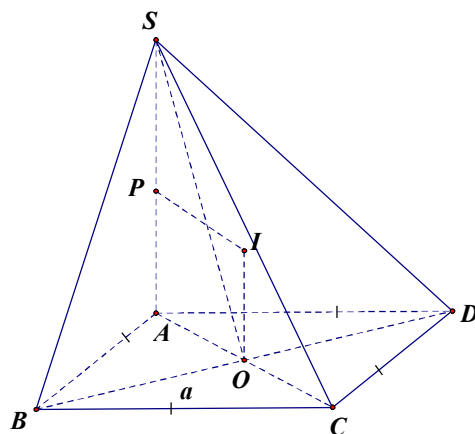
Hướng dẫn giải:

Gọi O là giao điểm của hai đường chéo trong hình vuông $ABCD$. Từ O dựng trục vuông góc với mặt đáy cắt đường trung trục của SA tại I . I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

$$R = IA = \sqrt{IO^2 + OA^2} = \sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2 + OA^2}$$

$$R = \sqrt{\frac{6a^2}{4} + \frac{a^2}{2}} = a\sqrt{2}.$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2a^3 \sqrt{2} = \frac{8a^3 \sqrt{2}}{3}.$$



Hình 2.238

Câu 84: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , ΔSAB đều, $mp(SAB)$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp?

A. $a \frac{\sqrt{21}}{6}$.

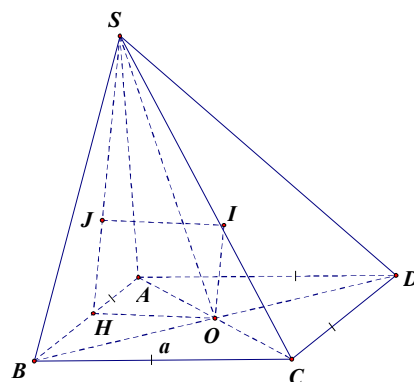
B. $2a \frac{\sqrt{21}}{3}$.

C. $a \frac{\sqrt{21}}{3}$.

D. $a \frac{\sqrt{21}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là trung điểm của AB . Vì ΔSAB đều nên $SH \perp AB$. Lại có $mp(SAB) \perp mp(ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$. J thuộc SH sao cho J là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔSAB .



Hình 2.239

$O = AC \cap BD$, kẻ $OI // JH$, $OI = JH$.

Ta có $OHJI$ là hình bình hành. Dễ dàng chứng minh $OH \perp (SAB)$ nên $IJ \perp (SAB)$. Khi đó I là giao trục 2 mặt phẳng SAB và mặt phẳng $ABCD$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABCD$.

$$R = IA = \sqrt{IO^2 + OA^2} = \sqrt{JH^2 + OA^2} = \sqrt{\left(\frac{SH}{3}\right)^2 + OA^2} = a \frac{\sqrt{21}}{6}.$$

KẾT LUẬN

Từ những vấn đề đã trình bày, có thể rút ra một số kết luận sau:

+ Khóa luận đã củng cố kiến thức và xây dựng được hệ thống bài tập hình học không gian để giải quyết các bài toán nhằm giúp HS đọc hiểu, nắm rõ tri thức, tăng cường tính thực hành và vận hành tri thức, phát huy tính tích cực của học sinh trong học tập.

+ Khóa luận đã nêu ra các hướng phân tích, phương pháp giải cho từng dạng bài cụ thể.

Thứ nhất, việc phân chia cấp độ nhận thức trong các bài toán phù hợp với nhiều đối tượng học. Đối tượng là HS yếu kém, trung bình hay khá, giỏi đều có thể học được. Việc chia cấp độ nhận thức còn giúp cho HS hiểu rõ kiến thức căn bản, giúp HS có nền tảng vững chắc để vận dụng vào các bài toán khó hơn.

Thứ hai, Toán học có nguồn gốc từ thực tiễn và được vận dụng vào giải quyết các vấn đề thực tiễn. Việc dùng các thí dụ thực tiễn trong giảng dạy sẽ giúp HS hiểu rõ các ứng dụng của kiến thức Toán học trong thực tiễn. Các thí dụ thực tiễn còn giúp bài giảng trở nên sinh động và đưa lớp học đến gần cuộc sống xung quanh hơn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Ôn luyện trắc nghiệm thi trung học phổ thông quốc gia năm 2017 – Phạm Sỹ Nam. Đại học sư phạm, TP. Hồ Chí Minh, 2017.
- [2] Tham khảo từ internet (Trang giáo án điện tử violet, tailieu.vn, vnmath.vn..)
- [3] Sách giáo khoa và sách bài tập Toán Hình Học 11, 12.